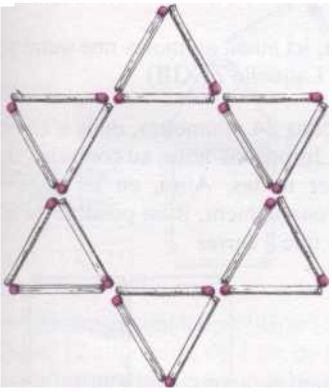
par Pierre Berloquin

les allumettes

Pour le ludomane, l'allumette n'est pas un objet périssable, destiné à s'enflammer, se consummer et être jeté. Plus que cela, c'est un petit vecteur léger, esthétique et facile à se procurer, qui engendre spontanément une impensable diversité de jeux et de problèmes. Les jeux d'allumettes s'épanouissent dans tous les domaines, de l'arithmétique à la géométrie. Ils sont disséminés dans de nombreux ouvrages et rarement rapprochés. Survolons-en l'univers, en explorant l'une après l'autre les directions où ils fleurissent.

Commençons par les problèmes les plus élémentaires, qui laissent de côté l'aspect vecteur orienté, pour ne voir dans l'allumette qu'un simple segment. La construction géométrique la plus naturelle est de former et d'assembler des triangles de trois allumettes. Ainsi, 18 allumettes réalisent cette croix de 8 triangles :

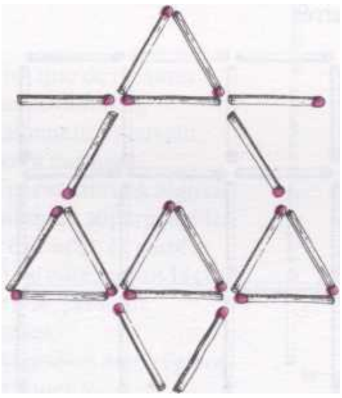


Comment déplacer deux des allumettes, pour n'avoir plus que 6 triangles ?

Ce type de problème, à base de figures géométriques (doit-on appeler cette mathématique la géométrie pyrocombinatoire ?), repose sur deux conventions essentielles :

1 - tous les triangles sont comptés, quelles que soient leurs tailles (il y a ici, au départ, 6 petits triangles et 2 grands) ;

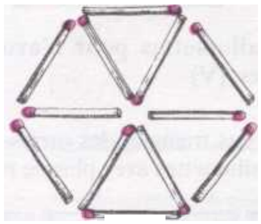
2 - les structures sont économiques : aucune allumette n'est tolérée si elle ne contribue pas entièrement à la figure ; la solution n'est donc pas :



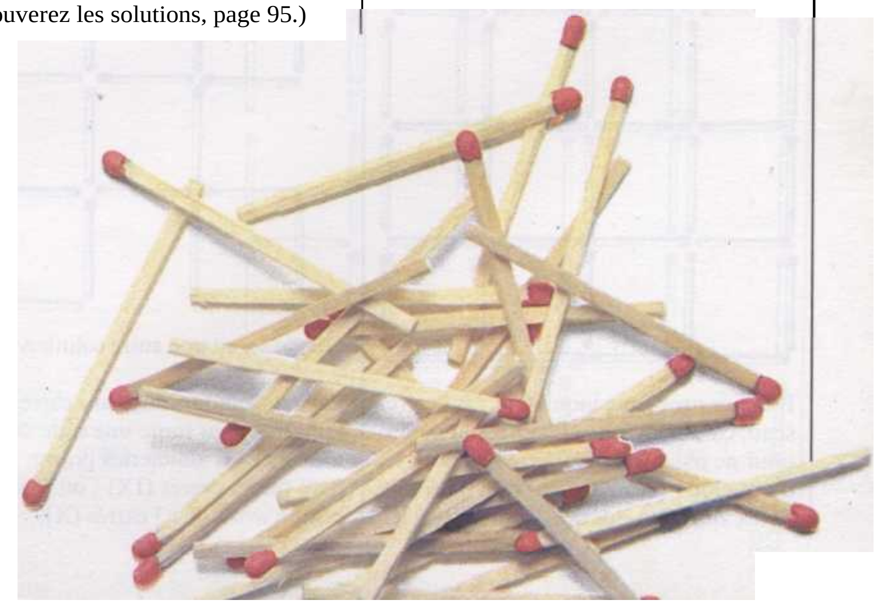
où deux allumettes horizontales sont inutiles. Deux allumettes ne pourraient pas, non plus se doubler. Quelle serait une bonne solution ? (I) (Les problèmes proposés ici, sont numérotés de I à XXXIII, vous trouverez les solutions, page 95.)

Appliquons le même mécanisme à une autre figure. Sur ces 3 triangles, comment déplacer 3 allumettes pour avoir 5 triangles ? (II)

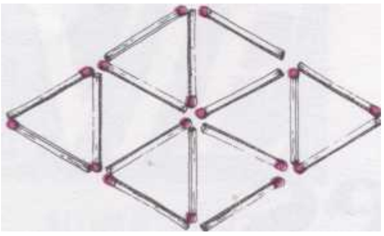
Sur cette autre construction :



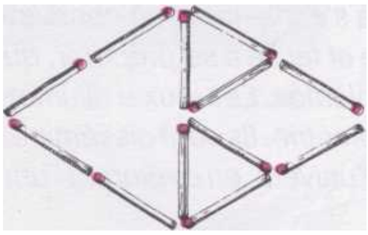
comment déplacerez-vous 4 allumettes pour n'avoir plus que 3 triangles ? (III)



Otons maintenant les allumettes au lieu de les déplacer. Ici :

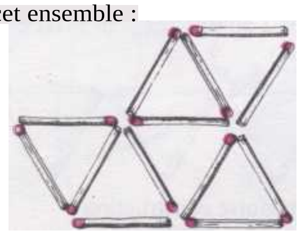


il suffit d'ôter 4 allumettes pour n'avoir plus que 4 triangles :



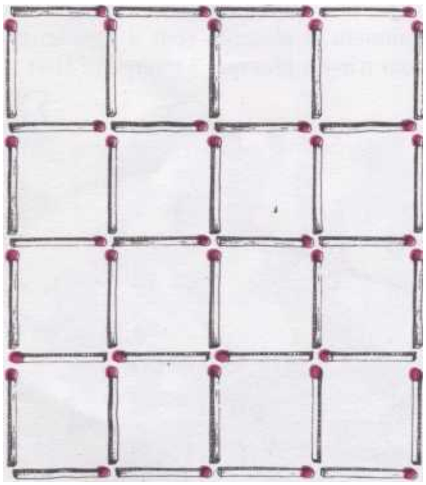
Trouverez-vous une autre solution ? (IV)

Sur cet ensemble :



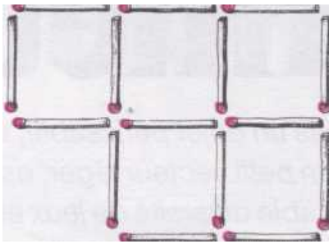
ôtez 3 allumettes pour n'avoir que 3 triangles. (V)

Au-delà des triangles, les carrés organisent les allumettes avec plus de richesse.



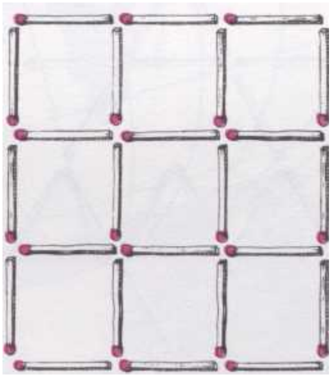
Premier problème inquiétant : sur ce réseau, combien doit-on ôter d'allumettes, pour ne plus voir apparaître aucun carré, de quelque taille que ce soit ? (Au fait, petite question intermédiaire ! Combien y avait-il de carrés dans le réseau initial ?) (VI) Les théoriciens admireront au passage les perspectives d'études systématiques des nombres d'allumettes à ôter pour chaque taille de carré original.

Pour revenir aux constructions simples, quelles sont les trois allumettes que vous

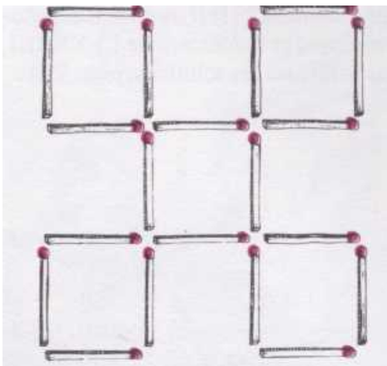


ôterez ici pour n'avoir plus que 3 carrés au lieu de 6 ? (VII)

Vingt-quatre allumettes permettent de construire, entre autres, un ensemble de 14 carrés :



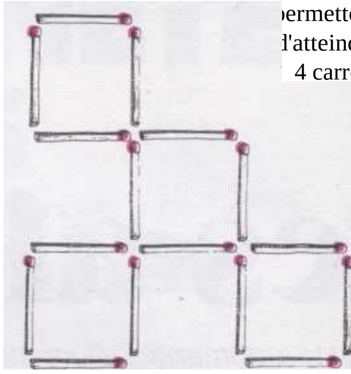
En ôtant 4 allumettes, il est possible de ne laisser subsister que 5 carrés :



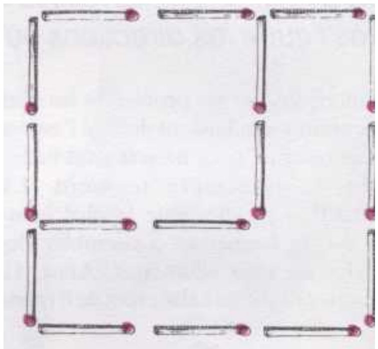
Quelle serait une autre solution ? (VIII)

Partons toujours du même carré de 24 allumettes pour toute une suite de problèmes. Otez 6 allumettes pour n'avoir encore que 5 carrés (IX) ; ou 6 allumettes pour n'avoir que 3 carrés (X).

Huit allumettes de moins, en revanche, permettent d'atteindre 4 carrés:

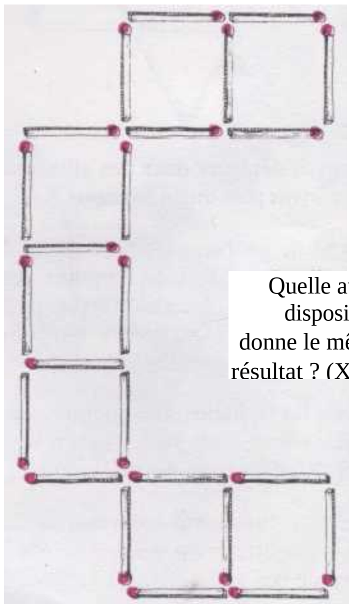


Trouvez une autre solution (XI). Ou bien, ôtez 8 allumettes, pour n'avoir que 3 carrés (XII). Le même nombre peut descendre à 2 carrés seulement :



Il y a, ici aussi, au moins une autre solution. Laquelle ? (XIII)

Gardons 24 allumettes, mais n'en ôtons plus. Imposons-nous, au contraire, de les garder toutes. Ainsi, en les dispersant convenablement, il est possible de n'obtenir que 7 carrés :



Quelle autre disposition donne le même résultat ? (XIV)

Toujours avec 24 allumettes utiles, saurez-vous descendre à :

- 6 carrés ? (XV)
- 4 carrés ? (XVI)

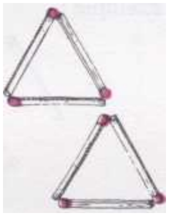
Vous pouvez même atteindre exactement 5 carrés, mais en pratiquant une nouvelle manière de disposer les allumettes, différente de tout ce qui précède. Laquelle ? (XVII)

C'est avec la même technique que vous atteindrez les limites supérieures des possibilités, en engendrant, encore avec 24 allumettes :

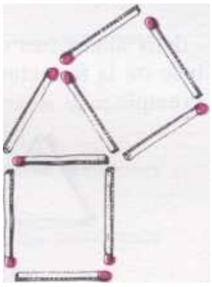
- 20 carrés (XXIII)
- 42 carrés (XIX)
- 110 carrés (XX)...

Attention : voici deux pièges pour en finir avec les constructions géométriques simples.

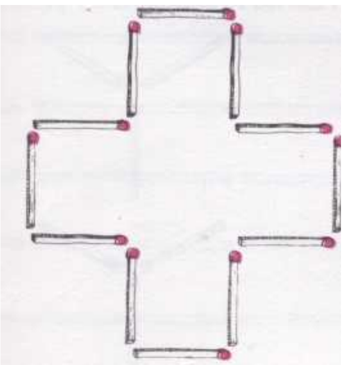
Comment déplacer 3 de ces allumettes pour obtenir 4 triangles ? (XXI)



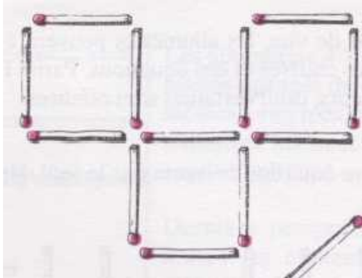
Comment déplacer 5 de ces allumettes pour obtenir à la fois 2 triangles et 3 carrés ? (XXII)



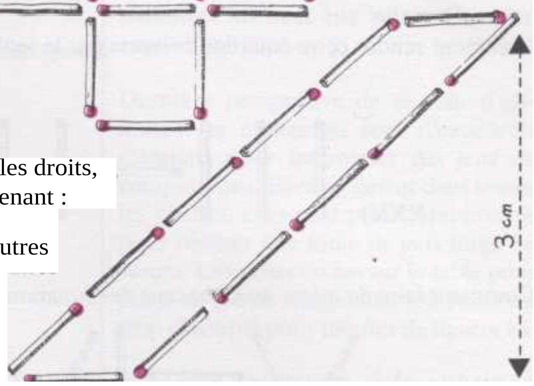
Plus sophistiqués sont les problèmes d'aires. Ainsi 12 allumettes de 1 cm de long (valeur arbitraire bien commode pour les calculs) permettent d'entourer, à volonté, 5 cm^2 :



ou 3 cm^2 seulement :

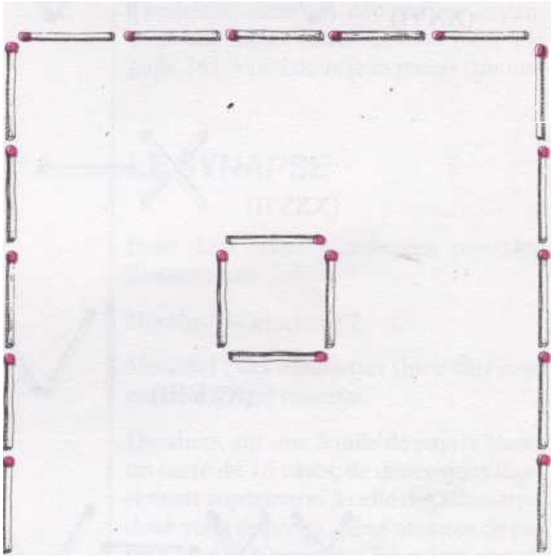


A condition d'abandonner les angles droits, ces 3 cm^2 peuvent être d'un seul tenant :

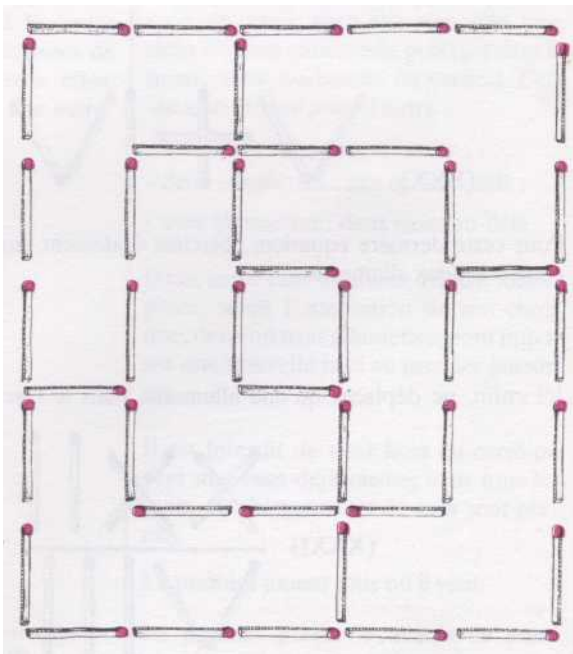


Trouverez-vous au moins deux autres manières de définir 3 cm^2 avec 12 allumettes de 1 cm de long ? (XXIII)

Plutôt que de mesurer les aires données, les allumettes peuvent servir à partager des périmètres en régions identiques, superposables. Par exemple, ce carré de 5 de côté, moins la case centrale, présente 24 cases, partageables en 6 régions identiques au moyen de 18 allumettes :



Utilisez 20 allumettes pour atteindre 8 régions identiques. (XXIV)

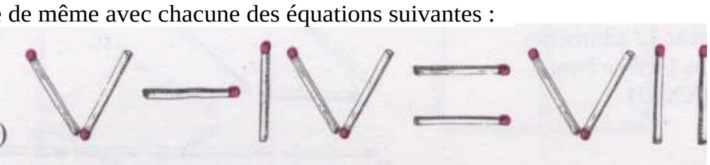


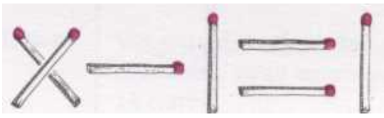
D'un tout autre point de vue, les allumettes peuvent être utilisées comme de purs bâtons, pour écrire des chiffres et des équations. Parmi l'infinité de possibilités, nous en avons retenu plusieurs, dont certaines sont célèbres.

Comment rendre cette équation correcte par le seul déplacement d'une allumette ?


(XXV)

Comment faire de même avec chacune des équations suivantes :


(XXVI)

(XXVII)


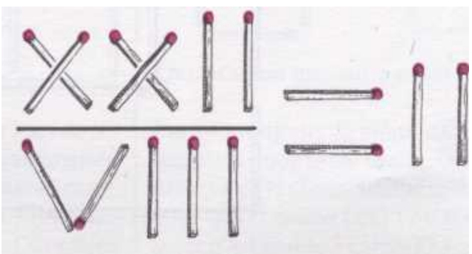
(XXVIII)


(XXIX)


(XXX)


Pour cette dernière équation, cherchez également une autre solution en déplaçant cette fois deux allumettes.

Ici enfin, ne déplacez qu'une allumette, mais le résultat ne sera qu'approximatif.

(XXXI)


Changeons à nouveau de point de vue.

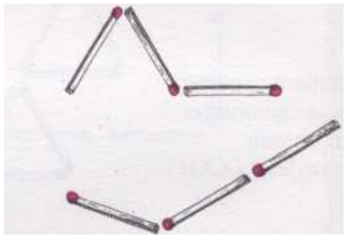
Tenons compte de l'extrémité phosphorée de l'allumette pour en faire un vecteur orienté. Créons des êtres mathématiques à base d'allumettes assemblées. Ils seront aux allumettes ce que les pentominos et les polyominos sont aux carrés.

Nous les appellerons : les « allumêtres ».

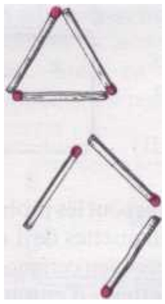
LES « ALLUM ÊTRES »

Les allumêtres «3 P » sont toutes les figures planes définies par trois allumettes, selon trois lois :

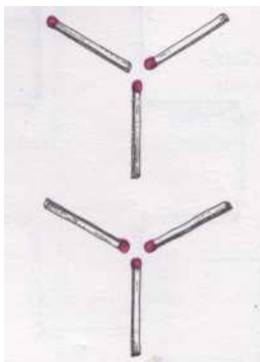
- chaque allumette en touche au moins une autre, exclusivement par les extrémités ;
- deux allumêtres sont identiques s'ils se déduisent l'un de l'autre par déplacement ou déformation de la structure ; par exemple :

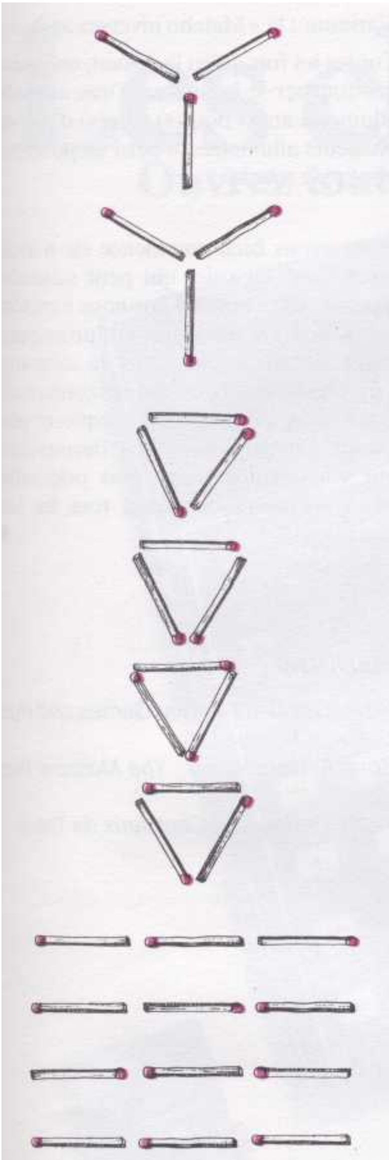


- deux allumêtres diffèrent par l'ouverture ou la fermeture d'un contact ; par exemple :

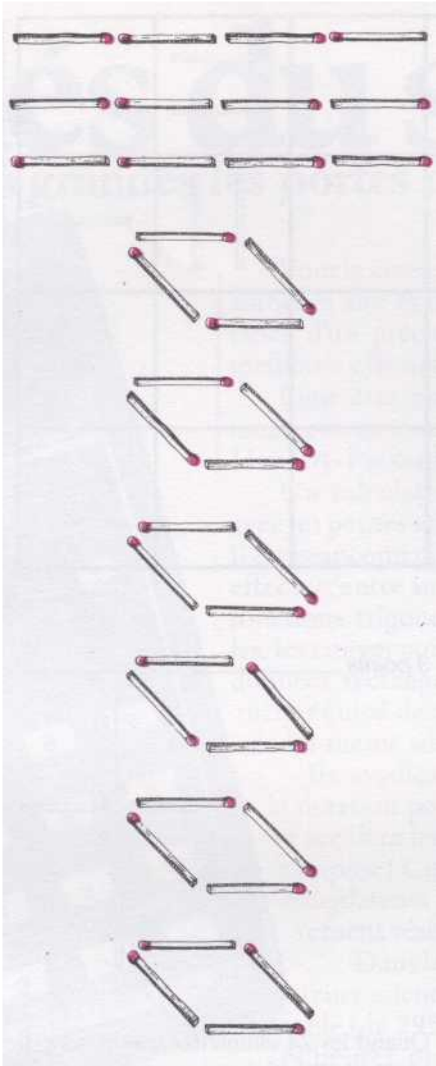


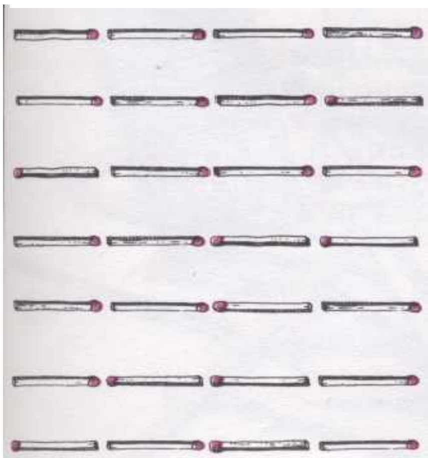
Voici les 12 allumêtres 3 P possibles :



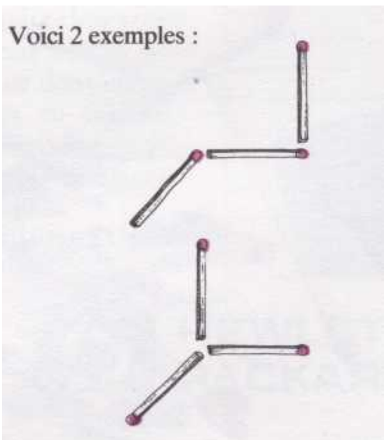


Les allumêtres 4 P sont les figures planes définies avec 4 allumettes, selon les mêmes lois. Dans cette collection, lesquelles manquent ? (XXXII)





Passons logiquement à l'espace à trois dimensions. Les allumêtres 3 E toutes les figures non planes formées de 3 allumettes orthogonales entre elles chacune liée à une autre par une extré• mité.



Au total, combien existe-t-il d'allumêtres 3 E différents ? (XXXIII)

Les allumêtres 4 E seront les figures non planes formées de 4 allumettes, selon les mêmes principes, mais orthogonales ou parallèles les unes aux autres. Combien sont-elles ?

Dernière perspective de ce tour d'azimuts : les allumettes sont d'excellents éléments pour improviser des jeux de compétitions. En tout lieu et dans toutes les poches, elles sont prêtes à intervenir pour réaliser une foule de jeux longs ou courts.,Les poser en tas sur la table pour jouer au jeu de Marienbad (ou Nim) est trop classique pour mériter de figurer ici.

En vous reportant à la rubrique «logiciel», vous en découvrirez cependant une intéressante variante (voir à la page 74). Voici deux jeux moins connus.

LE SYNAPSE

Pour deux joueurs, avec une provision d'allumettes.

Nombre de joueurs : 2

Matériel : des allumettes (bien sûr) mais en assez grand nombre.

Dessinez, sur une feuille de papier blanc, un carré de 16 cases, de dimensions légèrement supérieures à celle des allumettes dont vous disposez. (En l'absence de papier, ce carré peut être lui-même constitué d'allumettes.) Chaque joueur, à son tour, va poser, dans une case vide, une, deux ou trois allumettes, pointant dans le même sens, horizontal ou vertical. Cela indique où doit jouer l'autre :

- une allumette : case suivante ;
- deux allumettes : une case au-delà ;
- trois allumettes : deux cases au-delà.

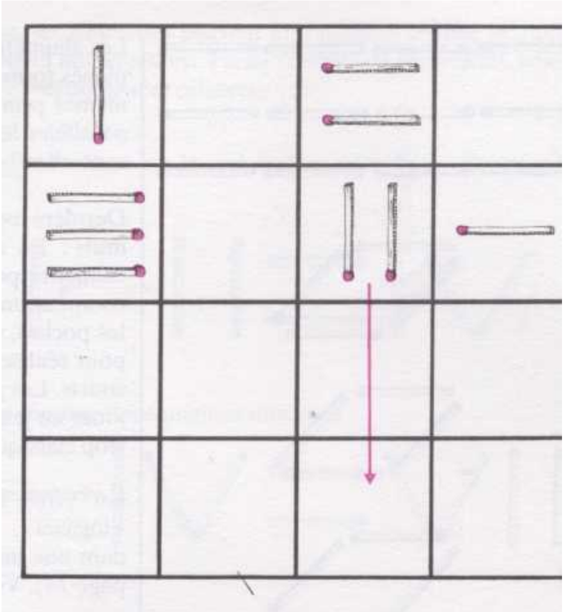
Dans cette case imposée, l'autre joueur place, selon l'orientation de son choix une, deux ou trois allumettes, pour imposer une nouvelle case au premier joueur, etc.

Il est interdit de viser hors du carré ou vers une case déjà pleine, mais tous les sauts ou changements de sens sont permis.

Le premier joueur joue où il veut.

Le premier joueur incapable de jouer perd la partie.

Une variante consiste à ne mettre en jeu que 25 allumettes. Ainsi il est également possible de perdre, faute d'avoir assez d'allumettes disponibles pour jouer correctement.



Variante : le « Matcho inverse ».

Toutes les fois qu'en la posant, un joueur fait toucher le bout rose d'une nouvelle allumette au(x) bout(s) rose(s) d'une ou plusieurs allumettes, il perd un Point par bout rose touché.

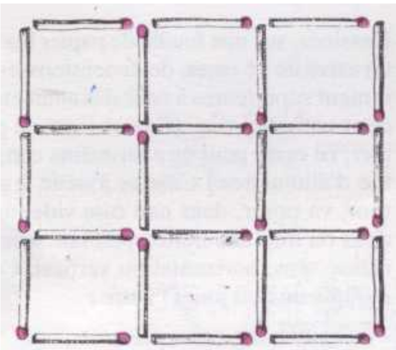
Nous avons bien conscience de n'avoir qu'effleuré un sujet qui peut s'étendre quasiment à l'infini. Mais nous espérons avoir mis en évidence les principales voies de recherche dans le domaine «pyroludique ». Nous faisons confiance à votre imagination pour les explorer plus avant. Envoyez-nous vos découvertes qui vous semblent les plus originales. Nous en ferons bénéficier tous les lecteurs de J & S.

LES MATCHOS

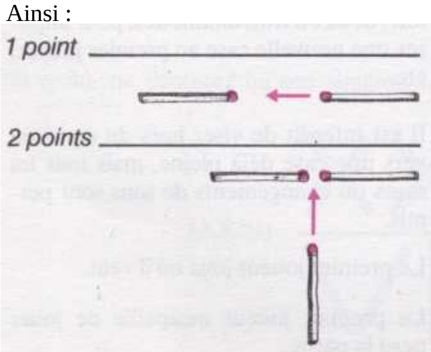
Nombre de joueurs : 2.

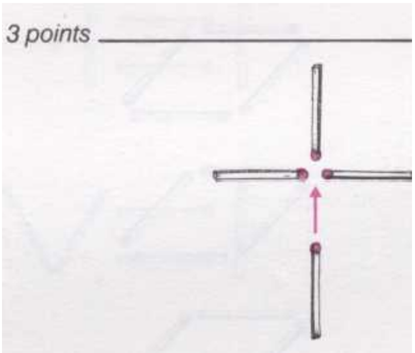
Matériel : 24 allumettes.

Chaque joueur, à tour de rôle, pose uni allumette sur la table, de manière à former un carré de 3 x 3 unités, selon h schéma suivant :



Toutes les fois qu'en la posant, un joueur fait toucher le bout rose d'une nouvelle allumette au(x) bout(s) rose(s) d'une ou plusieurs allumettes déjà en place, il compte un point par bout rose touché. Ainsi :

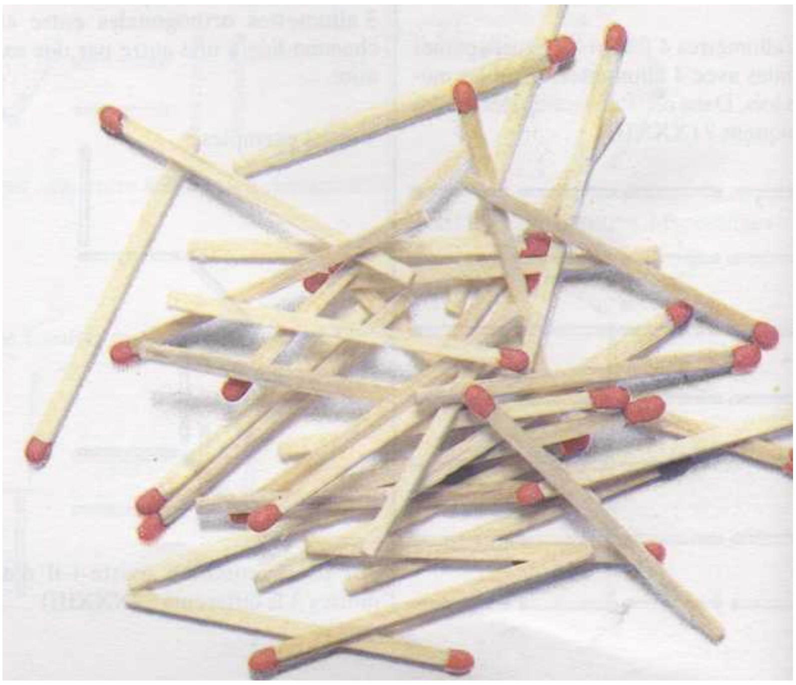




Quand les 24 allumettes sont posées, le gagnant est celui qui a totalisé le plus grand nombre de points.

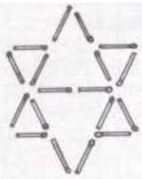
BIBLIOGRAPHIE

Maxey Brooke : Tricks, Games and Puzzles with Matches.
Boris A. Kordemsky : The Moscow Puzzles.
Pierre Berloquin : Cent Jeux de Table.

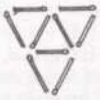


Les allumettes :

I.



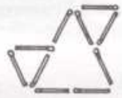
II.



III.

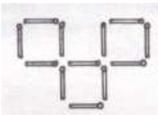
IV.

V.



VI. Dans le schéma initial, on compte 30 carrés. Pour ne plus avoir de carré, on doit ôter 9 allumettes, et la construction peut se former ainsi :

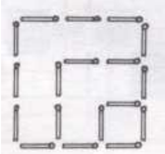
VII.



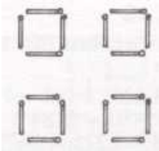
VIII.

IX.

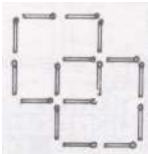
X.



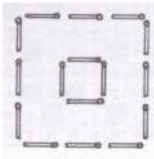
XI.



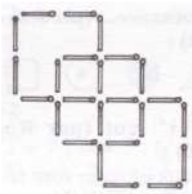
XII.



XIII.

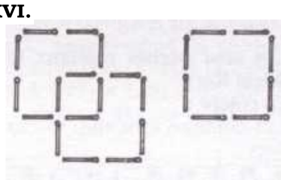


XIV.

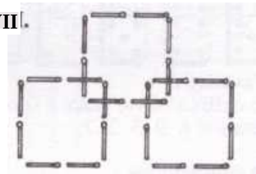


XV.

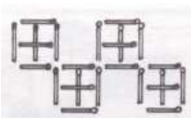
XVI.



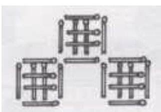
XVII.



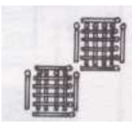
XVIII.



XIX



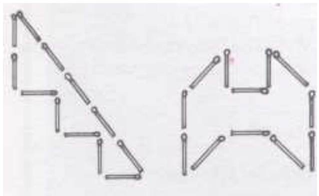
XX.



XXI. Ici, la lecture des 4 triangles se fait dans l'espace !

XXII. Également dans l'espace cette construction :

XXIII.

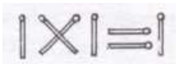


XXIV.

XXV.

XXVI.

XXVII.



XXVIII.

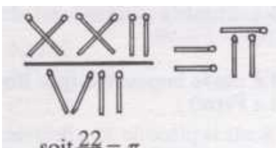
XXIX.

soit: 10x5=50

XXX.
En déplaçant une allumette :

En déplaçant deux allumettes :

XXXI. C'est plus exactement l'opération mathématique qui est approximative :



soit $\frac{22}{7} = \pi$

XXXII. Aux 16 allumêtres 4P presentés dans le texte, il convient d'ajouter d'abord les 6 allumêtres en «X»

1. Puis aux 4•assemblages suivants de 3 allumettes.

on peut ajouter une allumette a l'un des sommets pour obtenir la forme suivante :

Suivant l'orientation de la quatrième allumette et le 'sommet auquel elle se rattache, on peut former 2 allumêtres avec A, 2 avec B, 6 avec Cet 6 avec D, soit au total 16 allumêtres.

2. Aux 4 assemblages suivants de 3 allumettes :

on peut ajouter une allumette à une extrémité pour obtenir la forme suivante :

On formera ainsi 2 allumêtres avec E, 2 avec F. 6 avec G et 6 avec H. soit au total 16 allumêtres.

On peut donc obtenir 54 allumétres 4P.

XXXIII. Nous en avons compté douze.